



ce  
pre  
UNI

# *Aritmética* **POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN**

**CICLO  
PREUNIVERSITARIO**

**2022-2**



**exponente**



$$2^4 = 16$$

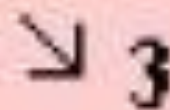


**base**

**Potencia**

**POTENCIACION**

**índice**



$$\sqrt[3]{27} = 3$$



**radicando**



**Raíz**

**RADICACION**



# POTENCIACIÓN

Operación binaria, que asigna al par ordenado  $(k,n)$  donde  $k$  es un elemento racional (base) y  $n$  es un número natural (exponente), un número  $P$  denominado potencia.

$$\underbrace{k \times k \times k \times \dots k}_{n \text{ veces}} = k^n = P$$

Donde:

**K es la base** ( $k \in \mathbb{Q}$ )

**n es el exponente** ( $n \in \mathbb{Z}^+$ )

**P es la potencia perfecta de grado n**

Ejemplos:

$$4^3 = \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{3 \text{ veces}} = 64$$

$$12^4 = \underbrace{12 \times 12 \times 12 \times 12}_{4 \text{ veces}}$$

$$12^4 = 20\,736$$

# CRITERIOS DE INCLUSIÓN Y EXCLUSIÓN DE CUADRADOS Y CUBOS PERFECTOS

## 1.- Con respecto a la descomposición canónica:

Sea  $N$  un número natural mayor que uno expresado en su descomposición canónica toma la forma:

$$N = a^{\alpha} b^{\beta} \dots c^{\gamma}$$

El número “ $N$ ” será una potencia perfecta de grado “ $n$ ” si  $\alpha, \beta, \dots, \gamma$  son  $\overset{0}{n}$ .

Ejemplos:

$$44\ 100 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 \quad \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \quad \text{(potencia perfecta de grado 2 ó cuadrado perfecto)}$$

$$1\ 728 = 2^6 \times 3^3 \quad \begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix} \quad \text{(potencia perfecta de grado 3 ó cubo perfecto)}$$

## Aplicación 1

Dada la siguiente secuencia :  $24 \times 1; 24 \times 2; 24 \times 3; \dots; 24 \times 2022$   
¿Cuántos términos son cubos perfectos?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 9

E) 12

### Resolución

Sea  $24.k$  un término cualquiera de la secuencia.

Donde  $1 \leq k \leq 2\,022 \dots (*)$

Se cumple:  $24.k = n^3 \Rightarrow 3 \times 2^3 (\overbrace{3^2 \times m^3}^k) = n^3$

En (\*)  $1 \leq 9 \times m^3 \leq 2\,022 \Rightarrow 0,48 \dots \leq m \leq 6,05 \dots$

$\Rightarrow m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Existen 6 términos cubos perfectos.

**Clave "C"**

## 2.- Según la cifra de primer orden, se tendría:

$$K : \dots 0 \dots 1 \dots 2 \dots 3 \dots 4 \dots 5 \dots 6 \dots 7 \dots 8 \dots 9$$

$$K^2 : \dots 0 \dots 1 \dots 4 \dots 9 \dots 6 \dots 5 \dots 6 \dots 9 \dots 4 \dots 1$$

$$K^3 : \dots 0 \dots 1 \dots 8 \dots 7 \dots 4 \dots 5 \dots 6 \dots 3 \dots 2 \dots 9$$

### Conclusiones

A. Todo número natural cuadrado perfecto puede terminar en alguna de las siguientes cifras 0; 1; 4; 5; 6 ó 9.

B. Si un número natural termina en la cifra 2; 3; 7 ú 8 no es un cuadrado perfecto.

C. Un número natural cubo perfecto puede terminar en cualquier cifra.

**Ejemplos:** ¿Cuáles de los siguientes números tienen la posibilidad de ser cuadrados perfectos?

 $\overline{3ab6} \quad (\text{SI})$ 
 $\overline{rs25} \quad (\text{SI})$ 
 $\overline{5dfg2} \quad (\text{NO})$ 
 $\overline{x2y8} \quad (\text{NO})$ 
 $\overline{5pq7} \quad (\text{NO})$



## Aplicación 2

Si:  $\overline{a(b-1)b} = n^2$ ,  $\overline{xyzwd} = n^4$ . Calcule  $x.y.z + w.d$

A) 165

B) 166

C) 167

D) 168

E) 169

### Resolución

Según la cifra de primer orden en un número cuadrado perfecto:

$n^2$ : ... 0 ; ... 1; ... 4; ... 5; ... 6; ... 9

$$b = 1, 4, 6, 9$$

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$16^2 = 256$$

$$b = 6$$

$$a = 2 \quad y \quad n = 16$$

$$\text{Luego: } 16^4 = 65\,536 = \overline{xyzwd}$$

$$xyz + wd = (6 \times 5 \times 5) + (3 \times 6)$$

$$xyz + wd = 168$$

Clave "D" 7

### 3.- Según su terminación en cifras ceros:

Un número será cuadrado perfecto, si la cantidad de ceros en los que termina es múltiplo de 2 y el número que lo “acompaña” es cuadrado perfecto.

$$\overbrace{ab \dots yz}^{q^2} \underbrace{000 \dots 00}_{\substack{0 \\ 2 \text{ ceros}}} = k^2$$

**Ejemplos:**

$$2\ 890\ 000 = k^2$$

$$34\ 600 \neq q^2, 346 \text{ no es cuadrado perfecto}$$

Un número será cubo perfecto, si la cantidad de ceros en los que termina es múltiplo de 3 y el número que lo “acompaña” es cubo perfecto.

$$\overbrace{ab \dots yz}^{q^3} \underbrace{000 \dots 000}_{\substack{0 \\ 3 \text{ ceros}}} = k^3$$

**Ejemplos:**

$$216\ 000\ 000 = k^3$$

$$225\ 000 \neq q^3 \text{ porque } 225 \text{ no es cubo perfecto}$$



#### 4.- Según su terminación en cifra cinco:

- a) Sea M un número el cual puede tener 1 ó más cifras, entonces

$$\overline{M5^2} = \overline{[M(M+1)]25} = \overline{...c25} \rightarrow \text{donde } c = 0, 2 \text{ ó } 6$$

$$\overline{M5^3} = \overline{...c25} \quad \text{ó} \quad \overline{...c75} \rightarrow \text{donde } c = 1; 3; 6 \text{ ú } 8$$

#### Observación:

- ° Todo cuadrado perfecto que termina en cifra “5” termina en “25”.
- ° Todo cubo perfecto que termina en cifra “5” termina en 25 ó 75.
- ° El producto de dos enteros consecutivos termina en 0, 2 ó 6, esto es  $M(M+1)$  termina en 0, 2 ó 6.

# Aplicación 3

Si:  $\overline{ab5^2} = \overline{18(2a+1)2cd}$ . Calcule  $a + b + c + d$ .

A) 9

B) 10

C) 12

D) 13

E) 14

## Resolución:

$$\overline{ab5^2} = \overline{18(2a+1)225} = \overline{18(2a+1)2cd}$$

$$\Rightarrow c = 2 \text{ y } d = 5$$

$$\Rightarrow \underbrace{\overline{ab}}_{43} \times \underbrace{(\overline{ab} + 1)}_{44} = \underbrace{\overline{18(2a+1)2}}_{1892}$$

$$\Rightarrow a = 4 \text{ y } b = 3$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 4 + 3 + 2 + 5 = 14$$

Clave E

10

## Aplicación 4

Si:  $N^2 = \overline{aa90b5c0}$ . Calcule la suma de cifras de  $N^3$ .

A) 18

**B) 27**

C) 38

D) 46

E) 52

**Resolución:**

$$\overline{aa90b5c0} = k^2 \quad \overbrace{\overline{aa90b500}}^{n^2} = k^2 \rightarrow c = 0$$

$$\rightarrow \overline{aa90b5} = n^2 \quad \underbrace{\overline{aa9025}}_{m(m+1)} = n^2 \rightarrow b = 2$$

$$\rightarrow \overline{aa90} = 34 \cdot (35) = 1190 \rightarrow a = 1 \rightarrow N = 3450$$

$$\rightarrow N^3 = 41\,063\,625\,000 \quad \text{Suma de cifras: 27}$$

**Clave "B"**

**11**



## 5.- Según criterios de divisibilidad:

El binomio de Newton se puede utilizar para analizar los cuadrados y cubos perfectos. Tomando como ejemplo el módulo 3.

Sea  $N$  un número natural, dicho número respecto del módulo 3; puede tomar alguna de las siguientes formas :

Al elevar al cuadrado dicho número  $N$  se obtiene alguna de las siguientes formas:

$$N = \begin{cases} 0 \\ 3 + 1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 - 1 \end{cases}$$

$$N^2 = \left(\frac{0}{3} + 1\right)^2 = \frac{0}{3} + 1$$

$$N^2 = \left(\frac{0}{3}\right)^2 = \frac{0}{3}$$

$$N^2 = \left(\frac{0}{3} - 1\right)^2 = \left(\frac{0}{3} + 2\right)^2 = \frac{0}{3} + 1$$

**Conclusión:** Un número cuadrado perfecto puede ser

$$\frac{0}{3} + 1 \text{ ó } \frac{0}{3}$$

Usando criterios de divisibilidad con el Binomio de Newton se obtiene conclusiones interesantes.

- a) Todo cuadrado perfecto toma alguna de las siguientes formas (depende del módulo que se le aplique)

$$\begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix} \text{ ó } \begin{matrix} 0 \\ 3 + 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 \\ 4 \end{matrix} \text{ ó } \begin{matrix} 0 \\ 4 + 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 \\ 8 \end{matrix} \text{ ó } \begin{matrix} 0 \\ 8 + 1 \end{matrix} \text{ ó } \begin{matrix} 0 \\ 8 + 4 \end{matrix}$$

- b) El cuadrado de un número impar disminuido en 1 nos da un :

$$\begin{matrix} 0 \\ 8 \end{matrix}$$

- c) Todo cubo perfecto es de la forma:

$$\begin{matrix} 0 \\ 9 \end{matrix}, \begin{matrix} 0 \\ 9 + 1 \end{matrix} \text{ ó } \begin{matrix} 0 \\ 9 - 1 \end{matrix}$$

- d) Si un número es cubo perfecto, entonces la suma de sus cifras es :

$$\begin{matrix} 0 \\ 9 \end{matrix} \text{ ó } \begin{matrix} 0 \\ 9 \pm 1 \end{matrix}$$

## Aplicación 5

Sea  $n$  las cifras de menor orden que resulta de expresar  $N^2$  en la base “7”, calcule la suma de los distintos valores que puede tomar  $n$ .

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

### Resolución:

De los datos:

$$N^2 = \overline{\dots n}_{(7)} \Rightarrow \overline{0}_7 + n$$

|       |                  |                        |                        |                        |
|-------|------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $N$   | $\overline{0}_7$ | $\overline{0}_7 \pm 1$ | $\overline{0}_7 \pm 2$ | $\overline{0}_7 \pm 3$ |
| $N^2$ | $\overline{0}_7$ | $\overline{0}_7 + 1$   | $\overline{0}_7 + 4$   | $\overline{0}_7 + 2$   |

$$\rightarrow n = 0; 1; 4; 2 \rightarrow \text{suma de valores} = 0 + 1 + 2 + 4 = 7$$

**Clave “D”** 15



6.- Según la representación de un número en bases diferentes de la base 10, un cuadrado perfecto tendrá como cifra de primer orden:

| BASE 10 |
|---------|
| ...0    |
| ...1    |
| ...4    |
| ...5    |
| ...6    |
| ...9    |

| BASE 4 |
|--------|
| ...0   |
| ...1   |

| BASE 5 |
|--------|
| ...0   |
| ...1   |
| ...4   |

| BASE 6 |
|--------|
| ...0   |
| ...1   |
| ...3   |
| ...4   |

| BASE 7 |
|--------|
| ...0   |
| ...1   |
| ...2   |
| ...4   |

| BASE 9 |
|--------|
| ...0   |
| ...1   |
| ...4   |
| ...7   |

...

Si un número es potencia perfecta de grado  $n$  en la base 10 será potencia perfecta de grado  $n$  en cualquier base.

## Aplicación 6

Si  $N$  es una potencia perfecta de grado 5, y  $N$  al expresarlo en base 6 es  $\overline{abcd}_6$ . Calcule el mayor valor de:  $a + b + c + d$ .

A) 8

B) 9

C) 12

D) 13

E) 14

Resolución:

$$\overline{abcd}_6 = k^5$$

$$1000_6 \leq \overline{abcd}_6 \leq 5555_6$$

$$216 \leq k^5 \leq 1295$$

$$3 \leq k \leq 4$$

$$\rightarrow k = 3$$

$$\rightarrow \overline{abcd}_6 = 3^5 = 243 = 1043_6 \rightarrow 1 + 0 + 4 + 3 = 8$$

$$\overline{abcd}_6 = 4^5 = 1024 = 4424_6 \rightarrow 4 + 4 + 2 + 4 = 14$$

Clave "E"

## 7.- Según divisibilidad por un número primo "p":

- Si un número cuadrado perfecto es múltiplo de  $p$  entonces será múltiplo de  $p^2$

$$N = m^{2a} \cdot n^{2b} \cdot p^{2c} \rightarrow \begin{matrix} N = p^0 \\ N = p^0 \\ N = p^2 \end{matrix}$$

- Si un número cubo perfecto es múltiplo de  $p$  entonces será múltiplo de  $p^2$  y  $p^3$  también.

Diagram illustrating the decomposition of the number of prime factors  $N = m^{3a} \cdot n^{3b} \cdot p^{3c}$  into three components:

- $N = p^0$
- $N = p^2$
- $N = p^3$

- 8.- Todo cuadrado perfecto que termina en cifra impar cumple que la cifra de segundo orden es par.

## Consecuencia:

Y no existe un cuadrado perfecto de dos ó más cifras que tengan todas sus cifras impares.



## Aplicación 7

Determine la cantidad de números enteros cubos perfectos que al ser escrito en el sistema de numeración de base 8 es de 5 cifras y la cifra de menor orden es 3.

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Resolución:

$$\overline{abcd3}_{(8)} = k^3$$

$$10000_8 \leq \overline{abcd3}_{(8)} \leq 77777_8$$

$$8^4 \leq k^3 \leq 8^5 - 1$$

$$16 \leq k \leq 31, 9 \dots$$

$$\Rightarrow k = 16 ; 17 ; 18 ; \dots ; 31$$

$$\Rightarrow k = \overset{0}{8} + 3$$

$$\Rightarrow k = 19 ; 27$$

$$k^3 = \overline{\dots 3}_{(8)} \Rightarrow \overset{0}{8} + 3$$

Si  $k^3$  es  $\overset{0}{8} + 3$  entonces  $k$  es  $\overset{0}{8} + 3$

**Clave "B"**

## Aplicación 8

Si se cumple que  $\overline{4389ab} = \overline{ab}^3$  determine la cantidad de números naturales comprendidos entre  $\overline{ab}^2$  y  $(\overline{ab} + 1)^2$ .

A) 148

B) 150

C) 152

D) 154

E) 156

Resolución:

$$438\,900 < \overline{4389ab} < 439\,000$$

$$438\,900 < \overline{ab}^3 < 439\,000$$

$$75,9 \dots < \overline{ab} < 76,0 \dots$$

$$\Rightarrow \overline{ab} = 76$$

$$\Rightarrow \overline{4389ab} = 76^3 = 438\,976$$

$$76^2 = 5\,776$$

5 777

5 928

$$5\,929 = 77^2$$

$$(5\,928 - 5\,777) + 1$$

152

Clave "C"

20

# RADICACIÓN

Es la operación inversa a la potenciación, donde dado dos números  $A$  y  $n \in \mathbb{N}$ , se debe determinar un número  $k \in \mathbb{Z}$ , llamado raíz  $n$ -ésima de  $A$ , tal que se cumple:

$$\sqrt[n]{A} = k \iff k^n = A$$

Donde:

$A$  : es la cantidad subradical o radicando.

$n$  : índice, es un número natural.

$k$  : raíz entera exacta.

Ejemplos:

$$\sqrt[3]{2\,197} = 13, \quad \text{Porque } 13^3 = 2\,197$$

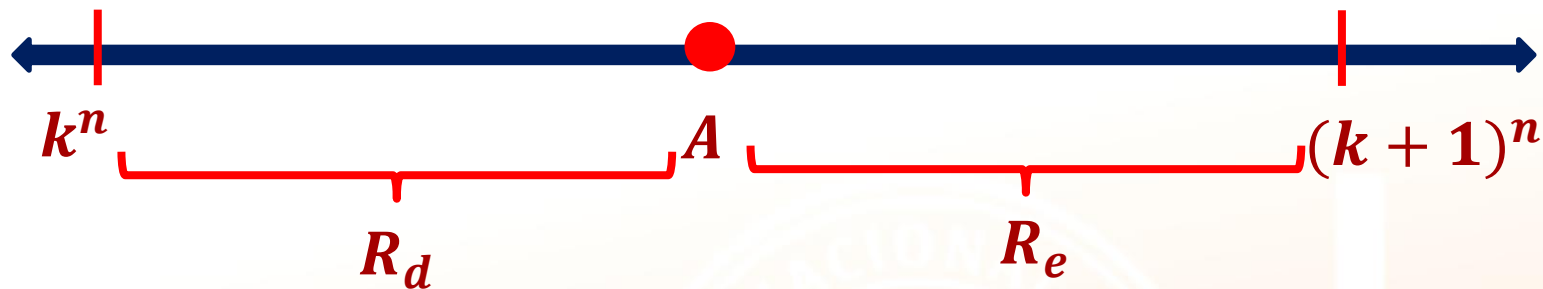
$$\sqrt[5]{2\,476\,099} = 19, \quad \text{Porque } 19^5 = 2\,476\,099$$

$$\sqrt[14]{4\,782\,969} = 3, \quad \text{Porque } 3^{14} = 4\,782\,969$$



# RAÍZ $n$ -ÉSIMA ENTERA

Se define  $\sqrt[n]{A}$ , raíz  $n$ -ésima entera en menos de la unidad como el entero  $k$ , tal que:



$$k^n < A < (k+1)^n$$

$k$  es la raíz  $n$  - ésim por defecto.

$R_d \rightarrow$  residuo por defecto

$$R_d = A - k^n$$

$(k+1)$  es la raíz  $n$  - ésim por exceso.

$R_e \rightarrow$  residuo por exceso

$$R_e = (k+1)^n - A$$

$$R_d + R_e = (k+1)^n - k^n \Rightarrow R_{\text{máx}} = (k+1)^n - k^n - 1$$

# Observación

## TRIÁNGULO DE PASCAL

*Resto máximo*

|             |                   |   |  |        |  |         |
|-------------|-------------------|---|--|--------|--|---------|
|             |                   | 1 |  |        |  |         |
|             |                   | 1 |  | 1      |  |         |
| $(k + 1)^2$ | $\longrightarrow$ | 1 |  | $2k$   |  | $1$     |
| $(k + 1)^3$ | $\longrightarrow$ | 1 |  | $3k^2$ |  | $3k$    |
| $(k + 1)^4$ | $\longrightarrow$ | 1 |  | $4k^3$ |  | $6k^2$  |
| $(k + 1)^5$ | $\longrightarrow$ | 1 |  | $5k^4$ |  | $10k^3$ |
| $(k + 1)^6$ | $\longrightarrow$ | 1 |  | $6k^5$ |  | $15k^4$ |
| $\dots$     |                   |   |  |        |  | $\dots$ |

Los coeficientes del triángulo de Pascal ayudan a reconocer los restos máximos en la obtención de una raíz.

## 1) Para la raíz cuadrada ( $n = 2$ )

En este caso tenemos:

- $N = k^2 + R_d$  (*por defecto*)
- $N = (k + 1)^2 - R_e$  (*por exceso*)
- $R_d + R_e = (k + 1)^2 - k^2$
- $R_d + R_e = 2k + 1$
- $R_{min} = 1$
- $R_{max} = 2K$
- $0 < R < (k + 1)^2 - k^2 = 2K + 1$

## 2) Para la raíz cubica ( $n = 3$ )

En este caso tenemos:

- $N = k^3 + R_d$  (*por defecto*)
- $N = (k + 1)^3 - R_e$  (*por exceso*)
- $R_d + R_e = (k + 1)^3 - k^3$
- $R_d + R_e = 3k^2 + 3k + 1$
- $R_{min} = 1$
- $R_{max} = 3k(k + 1)$
- $0 < R < (k + 1)^3 - k^3 = 3k(k + 1) + 1$



# Aplicación 9

El número  $M$  al extraerle su raíz cuadrada resulta resto máximo, y al extraer su raíz cúbica también resulta resto máximo. Calcule la suma de cifras de  $M$  al expresarlo en base 9 si se sabe que es de 3 cifras en dicha base.

A) 12

B) 18

C) 20

D) 22

E) 24

## Resolución

$$\therefore M = (K + 1)^2 - 1 = (q + 1)^3 - 1$$

$$\rightarrow M + 1 = t^6$$

$$100_9 \leq M < 1000_9$$

$$9^2 \leq t^6 - 1 < 9^3$$

$$t = 3$$

$$M = 3^6 - 1 = 728$$

$$M = 888_9$$

Suma de cifras 24

**Respuesta E**

# APLICACIÓN 10:

¿Cuántos números enteros tienen raíz cúbica inexacta igual a 17?

A) 1 735

**B) 1 734**

C) 1 732

D) 1 730

E) 1 729

Resolución:

$$\sqrt[3]{N} \Rightarrow 17 \Rightarrow N = 17^3 \pm r$$

$$\begin{array}{c}
 16^3 \qquad \qquad \qquad 17^3 \qquad \qquad \qquad 18^3 \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{resto por exceso}} \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{resto por defecto}} \\
 \underbrace{\hspace{15em}}_{(18^3 - 1) - (16^3 + 1) + 1} \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{1\,735 - 1} \\
 1\,734
 \end{array}$$

**Clave "B"**

# Aplicación 11

Al extraer la raíz cuadrada por exceso a un número entero positivo, el residuo es la unidad y la cantidad de otros enteros positivos cuya raíz cuadrada por exceso es la misma raíz, es 2 627, determinar el residuo por exceso al extraer la raíz cúbica al número.

A) 147

B) 148

C) 149

D) 150

E) 42 337

Resolución:  $N = k^2 - 1$

$$\underbrace{(k-1)^2 \quad (k^2-1)}_{2\ 627 \text{ números}}$$

$$\Rightarrow (k^2 - 2) - (k - 1)^2 = 2\ 627$$

$$\Rightarrow (k^2 - 2) - (k^2 - 2k + 1) = 2\ 627$$

$$\Rightarrow 2k = 2\ 630$$

$$\Rightarrow k = 1\ 315$$

$$N = 1\ 315^2 - 1 = 1\ 729\ 224$$

$$N = 121^3 - r_e$$

$$r_e = 1\ 771\ 561 - 1\ 729\ 224$$

$$r_e = 42\ 337$$

Clave "E"



# Ejemplo: Obtener la raíz cuadrada de 396 583

6 al cuadrado se aproxima a:

$$\sqrt{396\ 583}$$

6<sup>2</sup>

$$\begin{array}{r} \sqrt{39\ 65\ 83} \\ \underline{36} \phantom{00} \\ -3\ 65 \phantom{00} \\ \underline{244} \phantom{00} \\ 121\ 83 \phantom{00} \\ \underline{11241} \phantom{00} \\ \phantom{00}942 \end{array}$$

6 2 9

x2

12 2 x 2 ≤ 365

124 9 x 9 ≤ 12 183

➔  $396\ 583 = 629^2 + 942$

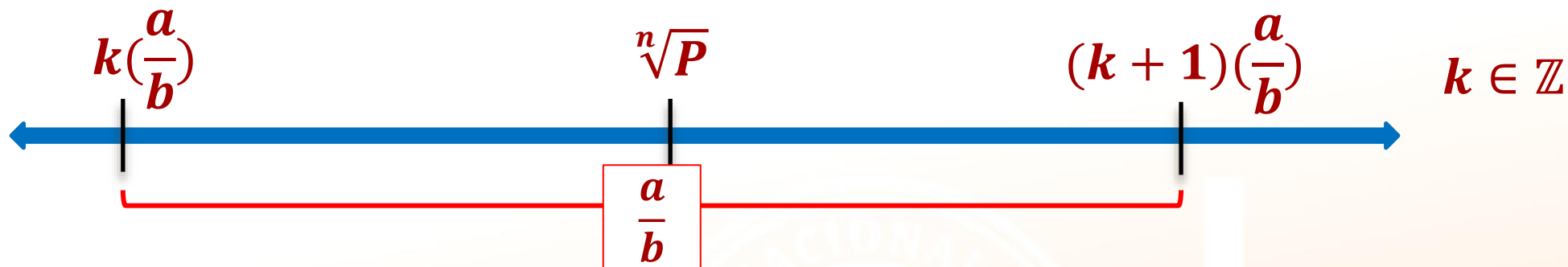
Donde:

Raíz = 629

Residuo = 942

# RAÍCES POR DEFECTO Y POR EXCESO EN MENOS DE $\frac{a}{b}$

Calcular la raíz  $n$ -ésima de  $P$  en menos de  $\frac{a}{b}$ .



$$k\left(\frac{a}{b}\right) < \sqrt[n]{P} < (k+1)\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$k < \sqrt[n]{P}\left(\frac{b}{a}\right) < (k+1)$$

$$k < \sqrt[n]{P \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^n} < (k+1)$$

Donde:

$k\left(\frac{a}{b}\right)$  = raíz  $n$  - ésima por defecto.       $(k+1)\left(\frac{a}{b}\right)$  = raíz  $n$  - ésima por exceso.

## Ejemplo:

Calcule la  $\sqrt[4]{58}$  en menos de  $\frac{3}{8} = 0,375$

## Resolución:

$$k\left(\frac{3}{8}\right) < \sqrt[4]{58} < (k+1)\left(\frac{3}{8}\right)$$

$$k < \sqrt[4]{58 \left(\frac{8}{3}\right)^4} < (k+1)$$

$$k < 7,359 \dots < (k+1)$$

$$\Rightarrow k = 7$$


 $Raiz_d = 7\left(\frac{3}{8}\right) = 2,625$ 
 $Raiz_e = 8\left(\frac{3}{8}\right) = 3$

$(-)$   $0,134 \dots < 0,375$ 
 $(-)$   $0,240 \dots < 0,375$

$\sqrt[4]{58} = 2,7596 \dots$

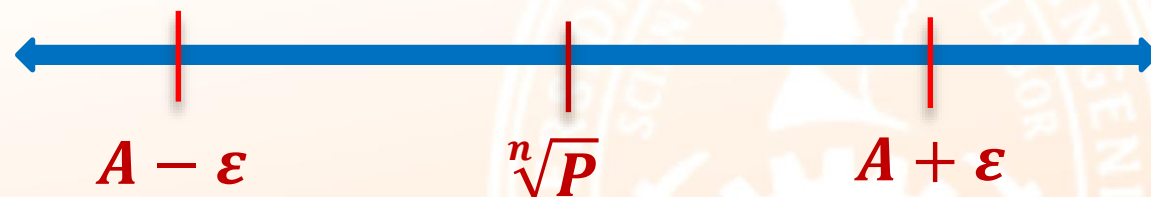


# RELACIÓN ENTRE LA RAÍZ APROXIMADA Y LA COTA DE ERROR

Al aproximar  $\sqrt[n]{P}$  por el valor  $A$  con un error menor que  $\varepsilon$ .

$$|\sqrt[n]{P} - A| < \varepsilon$$

Valor exacto      Valor aproximado



$$A - \varepsilon < \sqrt[n]{P} < A + \varepsilon$$

$$(A - \varepsilon)^n < P < (A + \varepsilon)^n$$

## Ejemplo:

¿Cuántos números naturales tienen como raíz cúbica aproximada a 11 con un error menor a  $\frac{1}{3} = 0,333 \dots$

Resolución:

$$\left(11 - \frac{1}{3}\right) < \sqrt[3]{P} < \left(11 + \frac{1}{3}\right)$$

$$\left(11 - \frac{1}{3}\right)^3 < P < \left(11 + \frac{1}{3}\right)^3$$

$$1\,213,6 \dots < P < 1\,455,7 \dots$$

$$\Rightarrow P = 1\,214, 1\,215 ; \dots ; 1\,455$$

Cantidad de  
números:  $(1\,455 - 1\,214) + 1 = 242$

$$\sqrt[3]{1\,213} = 10,6648 \dots$$

$$\Rightarrow 11 - 10,6648 \dots$$

$$\Rightarrow 0,3351 \dots > 0,333 \dots$$

$$\sqrt[3]{1\,456} = 11,3341 \dots$$

$$\Rightarrow 11,3341 \dots - 11$$

$$\Rightarrow 0,3341 \dots > 0,333 \dots$$

## Aplicación 12

¿Cuántos números naturales múltiplos de siete cumplen que su raíz cúbica, se aproxima a  $\frac{41}{5}$  con un error menor que  $1/16$ ?

A) 2

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

Resolución:

$$\left| \sqrt[3]{N} - \frac{41}{5} \right| < \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{41}{5} - \frac{1}{16} < \sqrt[3]{N} < \frac{41}{5} + \frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{651}{80}\right)^3 < N < \left(\frac{661}{80}\right)^3$$

$$538,8 \dots < N < 564,07 \dots$$

$$\Rightarrow N = 7^0$$

$$539 \leq 7k \leq 564$$

$$77 \leq k \leq 80$$

Cantidad de números:  $80 - 76 = 4$

Clave "B"

35



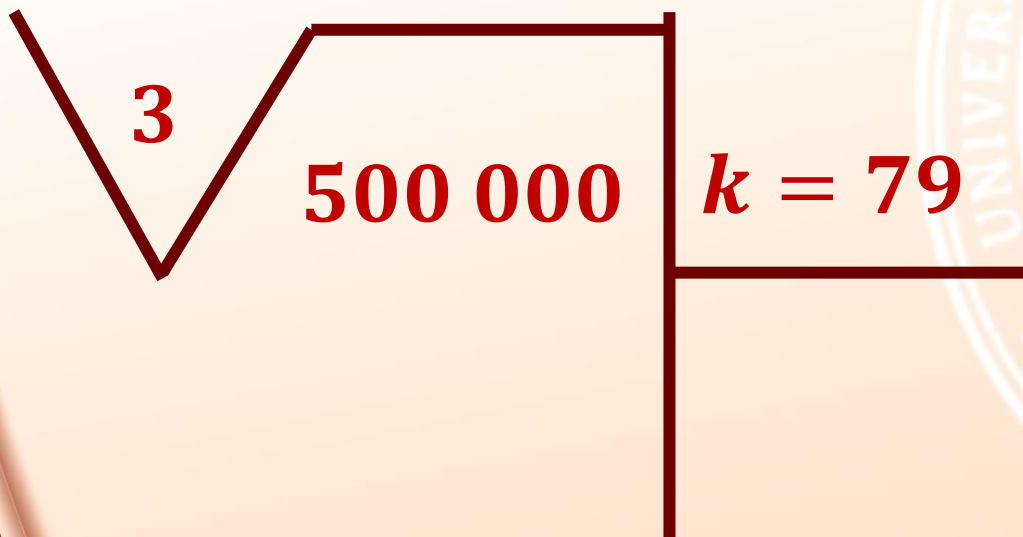
# Aplicación 13

Calcule la  $\sqrt[3]{32}$  en menos de  $\frac{1}{25}$ .

## Resolución:

$$k < \sqrt[3]{32 \left(\frac{25}{1}\right)^3} < (k + 1)$$

K, es la raíz entera por defecto de:



$$\frac{79}{25} < \sqrt[3]{32} < \frac{80}{25}$$



$$\frac{79}{25} = 3,16$$

es la raíz cúbica de 32 en menos  $\frac{1}{25}$

## Aplicación 14

Calcule cuántos números naturales tienen como raíz cúbica a 32 en menos de  $\frac{1}{25}$ .

### Resolución:

$$32 - \frac{1}{25} < \sqrt[3]{N} < 32 + \frac{1}{25}$$

$$32\,646 \leq N \leq 32\,891$$

$$\Rightarrow N = 32\,646, 32\,647, \dots, 32\,891$$

$$\Rightarrow \text{Cant.}_{(n\acute{u}m.)} = (891 - 645)$$

$$\Rightarrow \text{Cant.}_{(n\acute{u}m.)} = 246$$



# RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL AULA VIRTUAL



## Problema 02

Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto de los siguientes enunciados.

- I. Si  $N$  es un cuadrado perfecto, puede ser  $\bar{5}$  ;  $\bar{5} + 1$  ;  $\bar{5} + 3$ .
- II. Existen 21 números de 4 cifras cuadrados perfectos múltiplos de 9.
- III. Existen 7 números de la forma  $\overline{abc5}$  cuadrados perfectos.

A) VFF

B) VVV

C) VFV

D) FFV

E) FVV

### Resolución:

$$I) k^2 = 5n \vee k^2 = 5n + 1 \vee k^2 = 5n + 4 \quad (F)$$

$$II) 1000 \leq 9k^2 \leq 9999 \Rightarrow 11 \leq k \leq 33 \rightarrow 23 \text{ números} \quad (F)$$

$$III) \overline{ab25} = k^2 \Rightarrow \overline{ab} = n[n + 1] \Rightarrow n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \quad (V)$$

Son 7 números

**CLAVE D**

# Problema 04

¿Cuántos números de tres cifras existen tales que su cuadrado sea un múltiplo de 31, más 16?

A) 55

B) 56

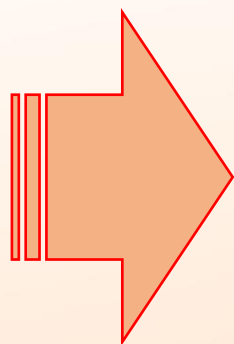
C) 57

D) 58

E) 59

## Resolución:

| N          | $N^2$     |
|------------|-----------|
| 31         | 31        |
| $31 \pm 1$ | $31 + 1$  |
| $31 \pm 2$ | $31 + 4$  |
| $31 \pm 3$ | $31 + 9$  |
| $31 \pm 4$ | $31 + 16$ |
| $31 \pm 5$ | $31 + 25$ |
| $31 \pm 6$ | $31 + 5$  |



$$N = 31k \pm 4$$

$$100 \leq 31k + 4 \leq 999$$

$$4 \leq k \leq 32 \Rightarrow 29 \text{ números}$$

$$100 \leq 31q - 4 \leq 999$$

$$4 \leq q \leq 32 \Rightarrow 29 \text{ números}$$

En total: **58** números

**CLAVE D**

## Problema 06

Un terreno cuadrado se divide en pequeños lotes cuadrados todos iguales. Si se desea colocar un árbol en cada vértice de los cuadrados, se emplea 261 árboles más cuando los cuadrados son de 2m de lado, que cuando son 4m. Calcule el lado del terreno.

A) 24

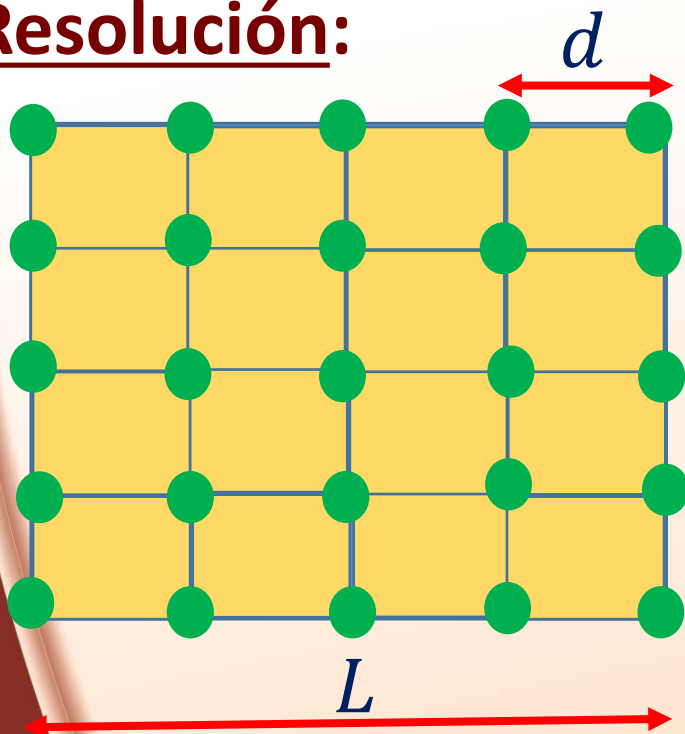
B) 38

C) 32

D) 34

E) 36

**Resolución:**



$$\# \text{ árboles} = \left[ \frac{L}{d} + 1 \right]^2 \Rightarrow \left[ \frac{L}{2} + 1 \right]^2 - \left[ \frac{L}{4} + 1 \right]^2 = 261$$

$$[2x + 1]^2 - [x + 1]^2 = 261 \Rightarrow 3x^2 + 2x = 261$$

$$x[3x + 2] = 261 = 9[3(9) + 2] \Rightarrow x = 9$$

$$\frac{L}{4} = 9 \Rightarrow L = 36 \text{ m}$$

**CLAVE E**



## Problema 08

Al extraer la raíz cuadrada de un número se observa que los residuos por defecto y por exceso están en la relación de 3 a 4. Sabemos que el producto de las respectivas raíces es 992. Determine la suma de cifras de dicho número.

A) 18

B) 19

C) 22

D) 24

E) 25

### Resolución:

$$\sqrt[N]{R_d} \quad K \implies N = K^2 + R_d \implies N = (k + 1)^2 - R_e$$

$$k[k + 1] = 992 = 31[31 + 1] \implies k = 31 \implies \frac{R_d}{3} = \frac{R_e}{4}$$

$$R_d + R_e = 2k + 1 \implies \frac{R_d}{3} = \frac{R_d + R_e}{3 + 4} = \frac{63}{7} = 9 \implies R_d = 27$$

$$N = 31^2 + 27 = 988 \implies \text{Suma de cifras} = 25$$

**CLAVE E**

# Problema 10

Si:

$\overline{(a + 1)edd(3b)} = \overline{a(a + b)b^2}$ , calcule el residuo por exceso que se obtiene al extraer la raíz cúbica a  $\overline{dba}$

A) 70

B) 73

C) 81

D) 85

E) 87

Resolución:

$$\overline{(a + 1)edd(3b)} = \left[ \overline{a(a + b)b} \right]^2$$

$$b^2 = \dots (3b) \Rightarrow b = 3$$

$$\sqrt{(a + 1)} \mid a \Rightarrow a = 1$$

$$143^2 = \overline{(a + 1)edd(3b)}$$

$$20\ 449 = \overline{2edd9} \Rightarrow d = 4$$

$$\begin{array}{r} 343 \quad 431 \quad 512 \\ \hline 7^3 \quad \quad \quad 8^3 \\ \quad \quad \quad \leftarrow 81 \rightarrow \end{array}$$

$$\sqrt[3]{431} \mid 8$$

**81**

$$431 = 8^3 - 81$$

**CLAVE C**

# Problema 12

¿Cuántos cubos perfectos existen en la secuencia?

$12 \times 1; 12 \times 2; 12 \times 3; \dots; 12 \times 14000$

A) 6

**B) 9**

C) 10

D) 12

E) 15

**Resolución:**  $T_{[k]} = 12k \Rightarrow 1 \leq k \leq 14000 \Rightarrow 2^2 \times 3 \times k = q^3$

$$2 \times 3^2 \times n^3$$

$$K = 2 \times 3^2 \times n^3 \Rightarrow 1 \leq 2 \times 3^2 \times n^3 \leq 14000$$

$$0,055 \leq n^3 \leq 777,78 \Rightarrow 1 \leq n \leq 9 \Rightarrow \text{Son } \mathbf{9} \text{ cubos perfectos}$$

**CLAVE B**



## Problema 14

Si  $\overline{2abc5}$  es un número que tiene una cantidad impar de divisores, calcule la suma de los valores de  $\overline{cba}$ .

A) 201

B) 405

C) 632

D) 841

E) 948

### Resolución:

$$\overline{2abc5} = k^2 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow \overline{2ab} = n[n + 1]$$

| $n$                                   | $\overline{2ab}$ | $\overline{cba}$ |
|---------------------------------------|------------------|------------------|
| 14                                    | 210              | 201              |
| 15                                    | 240              | 204              |
| 16                                    | 272              | 227              |
| Suma de valores de $\overline{cba} =$ |                  | <b>632</b>       |

**CLAVE C**

## Problema 16

¿Cuántos números de 3 cifras consecutivas (no necesariamente en orden) existen tales que sean cuadrados perfectos? Dar como respuesta la suma de dichos números.

A) 500

B) 600

C) 650

D) 700

E) 900

**Resolución:**

$$\overline{ab1} = k^2 \Rightarrow 321 \neq k^2 \Rightarrow 231 \neq k^2$$

$$\overline{ab4} = k^2 \Rightarrow 324 = 18^2 \Rightarrow \overline{ab6} = k^2 \Rightarrow 576 = 24^2$$

$$\overline{ab9} = k^2 \Rightarrow 879 \neq k^2 \Rightarrow 789 \neq k^2$$

Los únicos números son: 324 y 576  $\Rightarrow$  Suma = 900

**CLAVE E**

# Problema 18

Al extraer la raíz cuadrada de  $\overline{5abcd}$  se obtuvo como raíz entera, un numero capicúa y como residuos parciales 1 y 10; siendo el residuo final igual a 78. Calcule  $a + b + c + d$ .

A) 13

B) 14

C) 15

D) 16

E) 17

Resolución:

$$\begin{array}{r}
 \overline{5 \ a \ b \ c \ d} \\
 \underline{4} \\
 1 \ a \ b \\
 \underline{1 \ 2 \ 9} \\
 1 \ 0 \ c \ d \\
 \underline{9 \ 2 \ 4} \\
 7 \ 8
 \end{array}$$

2 3 2

$$4 \ 3 \times 3 = 129$$

$$4 \ 6 \ 2 \times 2 = 924$$

$$\overline{c \ d} = 02$$

$$\overline{a \ b} = 39$$

$$a + b + c + d = 14$$

**CLAVE B**



## Problema 20

Determine el producto de las cuatro cifras de un número, que tiene raíz cuadrada exacta, si la suma de dichas cifras es 31.

A) 3627

B) 3524

C) 3674

D) 3668

E) 3456

**Resolución:**  $\overline{abcd} = k^2 = \overset{\circ}{9} + \underbrace{a + b + c + d}_{31} = \overset{\circ}{9} + 4 \Rightarrow k = \overset{\circ}{9} \pm 2$

$k = 83 \Rightarrow \overline{abcd} = 83^2 = 6889 \Rightarrow \text{Producto de cifras} = 3 \ 456$

**CLAVE E**

## Problema 22

Determine  $a + b + c + d$ , Si  $\overline{ab1cd} = K^3$  y  $\overline{ab} - \overline{cd} = 1$ .

A) 16

B) 19

C) 22

D) 24

E) 25

### Resolución:

$$\overline{ab1cd} = k^3 \Rightarrow \overline{ab} \times 1000 + 100 + \overline{cd} = k^3 \Rightarrow \overline{ab} \times 1001 + \underbrace{99}_{\overline{ab} - 1} = k^3$$

$$k^3 = 11^3 \times n^3 \Rightarrow 10109 \leq 1331 \times n^3 \leq 99198 \Rightarrow 7,59 \leq n^3 \leq 74$$

$$1,96 \leq n \leq 4,19 \Rightarrow n = 2 \rightarrow k = 22 \rightarrow k^3 = 10648$$

$$n = 3 \rightarrow k = 33 \rightarrow k^3 = 35937 \Rightarrow n = 4 \rightarrow k = 44 \rightarrow k^3 = 85184$$

$$a = 8, b = 5, c = 8, d = 4 \Rightarrow a + b + c + d = 25$$

**CLAVE E**

# Problema 24

La raíz cuadrada por defecto de  $\frac{n-2}{n}$  con un error menor que  $\frac{1}{n}$  es una fracción cuya suma de términos es:

- A)  $n - 2$       B)  $n - 1$   
D)  $2n - 3$       E)  $3n - 1$

C)  $2n - 2$

Resolución:

$$\frac{k}{n} < \sqrt{\frac{n-2}{n}} < \frac{k+1}{n}$$

Raíz por defecto

$$k = \sqrt{n^2 \times \frac{n-2}{n}}$$

$$k = \sqrt{n^2 - 2n}$$

$$n^2 - 2n \quad (n-1)^2$$

$$(n-2)^2$$

$$n^2 - 2n + 1$$

$$k = n - 2 \Rightarrow \frac{k}{n} = \frac{n-2}{n}$$

$$\sum \text{términos} = 2n - 2$$

**CLAVE C**



# Problema 26

Entre los cuadrados de un número de dos cifras y de su CA (que es menor que el número) hay 199 números enteros. Señale la suma de las cifras de dicho número.

A) 4

B) 5

C) 6

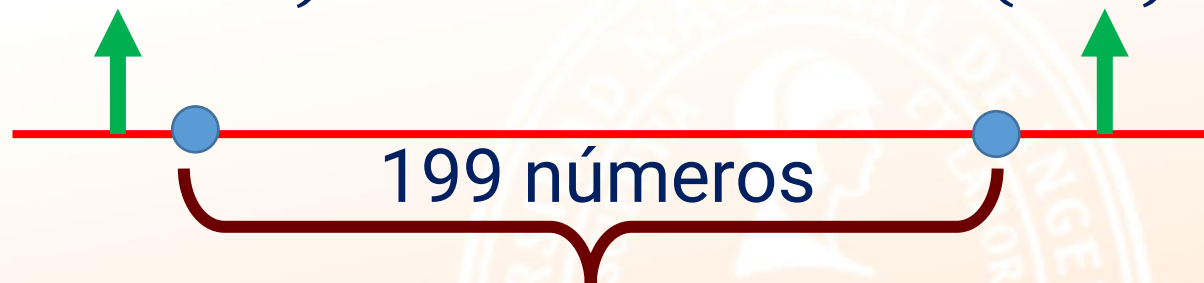
D) 7

E) 8

**Resolución:**

$$(100 - \overline{ab})^2$$

$$(\overline{ab})^2$$



$$N = \overline{ab}$$

$$(N)^2 - 1 - (100 - N)^2 = 199$$

~~$$N^2 - 1 - [10000 - 200N + N^2] = 199 \Rightarrow 200N - 10000 = 200$$~~

$$2N - 100 = 2 \Rightarrow N - 50 = 1 \Rightarrow N = 51$$

$$\Sigma \text{ cifras} = 6$$

**CLAVE C**

# Problema 28

Si  $\overline{aceb} = \overline{cd}^2$  y  $\overline{cd} = (c + 3)^2$

Además,  $\overline{mnpqr} = \overline{ac}^2 + \overline{bed}^2$

Determine  $m + n + p + q + r$

A) 13

B) 14

C) 16

D) 18

E) 19

## Resolución:

$$\overline{cd} = (c + 3)^2$$

$$\sqrt{\overline{aceb}} \quad \overline{cd}$$

$$c \geq 3 \Rightarrow c = 4$$

$$(4 + 3)^2 = 49 \Rightarrow d = 9$$

$$\overline{aceb} = 49^2 = 2401$$

$$\overline{ac} = 24, \quad \overline{bed} = 109$$

$$\overline{mnpqr} = 24^2 + 109^2 = 12\,457$$

$$m + n + p + q + r = 19$$

**CLAVE E**

# RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADICIONALES



# Problema 1

Determine la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto de las siguientes proposiciones:

- I) En el sistema octanario, un cuadrado perfecto puede terminar en 0; 1; 4.
- II) Un número cuadrado perfecto tiene una cantidad de divisores par.
- III) Al extraer la raíz cuarta a un número, el resto máximo es de la forma  $n(n + 2)(n^2 + 2n + 1)$  donde  $n$  es la raíz cuarta.

A) FVV

B) FVF

C) VVF

D) VFF

E) VVV

## Resolución:

$$I) k^2 = 8n \vee k^2 = 8n + 1 \vee k^2 = 8n + 4 \quad (V)$$

$$II) \text{ La cantidad de divisores de } k^2 \text{ es impar} \quad (F)$$

$$III) N = n^4 + R \Rightarrow R_{max} = 2n[2n^2 + 3n + 2] \quad (F)$$

**CLAVE D**

## Problema 3

Determine la cantidad de cuadrados perfectos de cuatro cifras, tal que sus cifras extremas son iguales e impares.

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

### Resolución:

$$\overline{1ab1} = k^2 \Rightarrow 1001 \leq k^2 \leq 1991 \Rightarrow 31,6 \leq k \leq 44,62 \Rightarrow k = 39 \vee 41$$

$$\overline{5a25} = k^2 \Rightarrow n(n+1) = \overline{5a} \Rightarrow n = 7 \Rightarrow 5625 = 75^2$$

$$\overline{9ab9} = k^2 \Rightarrow 94,91 \leq k^2 \leq 99,99 \Rightarrow k = 97$$

$$k^2 = 1521, \quad 1681, \quad 5625, \quad 9409$$

Son **4** cuadrados perfectos

**CLAVE D**

## Problema 5

¿Cuántos números primos cumplen la condición que, al elevarlos al cuadrado, se obtiene el cuadrado de otro primo menos 120?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

### Resolución:

$$p^2 = q^2 - 120 \Rightarrow [p + q][p - q] = 120 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p + q = 60 \\ p - q = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = 31 \\ q = 29 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} p + q = 20 \\ p - q = 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = 13 \\ q = 7 \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p + q = 30 \\ p - q = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = 17 \\ q = 13 \end{array}$$

Son **3** números

**CLAVE C**



# Problema 7

Calcule  $(a + b + c + d + f)$ ; si se sabe que:  $N = \overline{3abcdf00}$  es un cubo perfecto divisible por 3 y 11.

A) 22

B) 23

C) 24

D) 25

E) 30

**Resolución:**

$$N = \overline{3abcdf00} = k^3 \Rightarrow \overline{3abcd} = q^3$$

$f = 0$

$$\overline{3abcd} = 3^3 \times 11^3 \times n^3 \Rightarrow \overline{3abcd} = 35937 \times n^3 \Rightarrow n = 1$$

$$N = 3\ 5937\ 000 \Rightarrow a = 5, b = 9, c = 3, d = 7, f = 0$$

$$a + b + c + d + f = 24$$

**CLAVE C**

## Problema 9

Si:  $(m-1)(m^2-2)(m-1)(a-b)(2m-1)$  es un cuadrado perfecto.  
Calcule el residuo por exceso que se obtiene al extraer la raíz cuadrada de  $m(a-b)m$ .

A) 1

B) 2

C) 3

D) 9

E) 10

### Resolución:

$$(m-1)(m^2-2)(m-1)(a-b)(2m-1) = k^2$$

$$2m-1=5 \rightarrow m=3 \Rightarrow 272(a-b)5 = k^2 \Rightarrow n(n+1) = 272$$

$$n=16 \Rightarrow k^2 = 165^2 = 27225 \Rightarrow a-b=2$$

$$17^2 < 323 < 18^2 \Rightarrow 17 < \sqrt{323} < 18 \Rightarrow R_e = 18^2 - 323 = 1$$

**CLAVE A**

# Problema 11

Entre dos cubos perfectos consecutivos existen 720 números enteros, determine la suma de cifras del mayor número entero que se encuentre entre estos cubos perfectos consecutivos.

A) 17

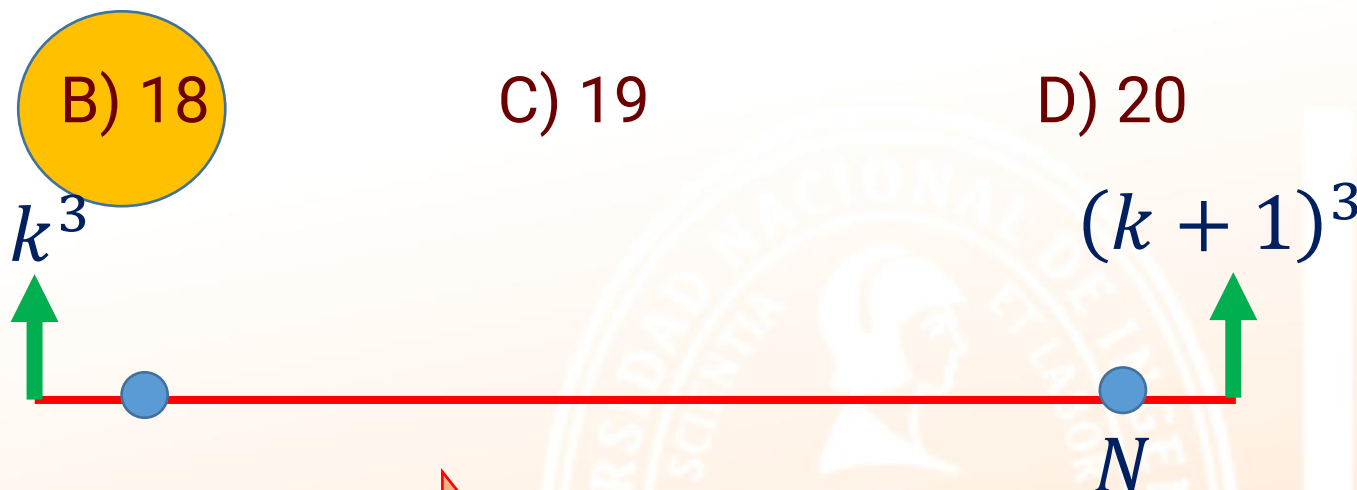
B) 18

C) 19

D) 20

E) 21

Resolución:



$$[k + 1]^3 - 1 - k^3 = 720 \implies 3k(k + 1) = 3 \times 15 \times 16 \implies k = 15$$

$$N = [k + 1]^3 - 1 = 16^3 - 1 = 4096 - 1 = 4095$$

$$\sum \text{cifras} = 18$$

**CLAVE B**



# Problema 13

Se cumple que  $\overline{1bcde} = \overline{de}^3$  y  $\overline{bde} = \overline{36}$ . Determine el resto que se obtiene al extraer la raíz cuadrada de  $\overline{cde}$ .

A) 22

B) 30

C) 32

D) 40

E) 44

**Resolución:**  $\overline{1bcde}^3 = \overline{de}^3 \Rightarrow \overline{de} = 24 \rightarrow \overline{bde} = \overset{\circ}{9} \Rightarrow b + 2 + 4 = \overset{\circ}{9}$   
 $b = 3 \Rightarrow 24^3 = 13\,824 \Rightarrow \overline{cde} = 824$

$$\begin{array}{r} \sqrt{824} \\ \underline{4} \phantom{00} \\ 424 \\ \underline{384} \\ 40 \end{array} \quad \begin{array}{l} 28 \\ \hline 48 \times 8 = 384 \end{array}$$

**CLAVE D**

# Problema 15

¿Cuántos números que terminan en 4, comprendidos entre 425 y 5000, cumplen que al extraer su raíz cuadrada se obtienen residuos máximos?

A) 2

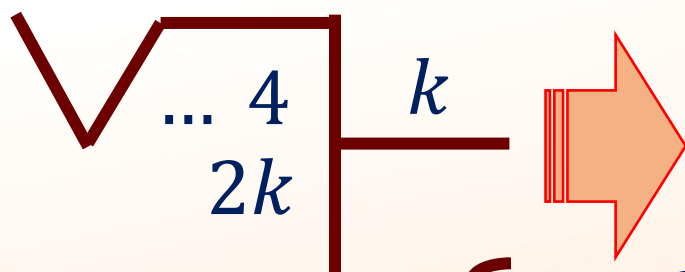
B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

Resolución:



$$N = \underbrace{[k + 1]^2}_{\dots 5} - 1 = \dots 4$$

$$N = \begin{cases} [25]^2 - 1 = 624 \\ [35]^2 - 1 = 1224 \\ [45]^2 - 1 = 2024 \\ [55]^2 - 1 = 3024 \\ [65]^2 - 1 = 4224 \end{cases}$$

Son **5** números

**CLAVE D**

# Problema 17

Si el cubo de un número tiene 70 divisores positivos, ¿cuántos divisores como máximo tendrá el cuadrado de dicho número?

A) 0

B) 10

C) 25

D) 35

E) 47

**Resolución:**  $70 = (\overset{\circ}{3} + 1)(\overset{\circ}{3} + 1) = (9 + 1)(6 + 1)$

$$N^3 = p^9 \times q^6 \Rightarrow N = p^3 \times q^2 \Rightarrow N^2 = p^6 \times q^4 \Rightarrow CD[N^2] = 35$$

$$70 = 69 + 1 \Rightarrow N^3 = p^{69} \Rightarrow N = p^{23} \Rightarrow N^2 = p^{46}$$

$$CD[N^2] = 47 \Rightarrow \text{máxima } CD[N^2] = 47$$

**CLAVE E**



# Problema 19

Si se cumple la siguiente igualdad  $\overline{aabb} = \overline{mn}^2$ , determine:  $a + b + m + n$

A) 26

B) 27

C) 29

D) 30

E) 31

## Resolución:

$$\overline{aabb} = k^2 \Rightarrow a \times 1100 + b \times 11 = k^2 \Rightarrow k^2 = \overset{\circ}{11}$$

$$\overline{aabb} = 121q^2 \Rightarrow 1100 \leq 121q^2 \leq 9999 \Rightarrow 10 \leq q^2 \leq 82$$

$$3 \leq q \leq 9 \Rightarrow k^2 = 1089, 1936, 3025, 4356, 5929, \underbrace{7744, 9801}_{\overline{aabb} = 88^2}$$

$$a + b + m + n = 7 + 4 + 8 + 8 = \mathbf{27}$$

**CLAVE B**

## Problema 21

Se tiene un número de cuatro cifras consecutivas crecientes. Si se permutan las dos primeras cifras, el número resultante es un cuadrado perfecto. ¿Cuánto hay que agregarle al número inicial para que sea un cuadrado perfecto?

A) 12

B) 18

C) 20

D) 25

E) 32

### Resolución:

$$(a + 1)a(a + 2)(a + 3) = k^2$$



$$1 \rightarrow 2134 \neq k^2$$

$$3 \rightarrow 4356 = 66^2$$

$$a(a + 1)(a + 2)(a + 3) = N$$

$$N = 3456$$

$$59^2 = 3481$$

$$3456 + x = 3481$$

$$x = 25$$

**CLAVE D**

## Problema 23

Si  $(\overline{aaaaaa}_{(a+1)})^2 = \overline{x \dots z}_{(a+1)}$ . Calcule la suma de las cifras de 7° y 9° orden.

A)  $a$ 

B)  $a - 1$ 

C)  $a + 1$ 

D)  $2a - 1$ 

E)  $2a + 1$ 

### Resolución:

$$(\overline{aaaaaa}_{(a+1)})^2 = ([a + 1]^6 - 1)^2 = [a + 1]^{12} - 2[a + 1]^6 + 1$$

$$\begin{array}{r} 10000000000001 \\ - 20000000 \\ \hline \overline{aaaaan0000001}_{(a+1)} \end{array}$$

$2a - 1$

$$n = (a + 1) - 2 = a - 1$$

**CLAVE D**



## Problema 25

Entre dos cuadrados consecutivos hay 42 números enteros. Determine el mayor de los números que se encuentran entre dichos cuadrados.

A) 421

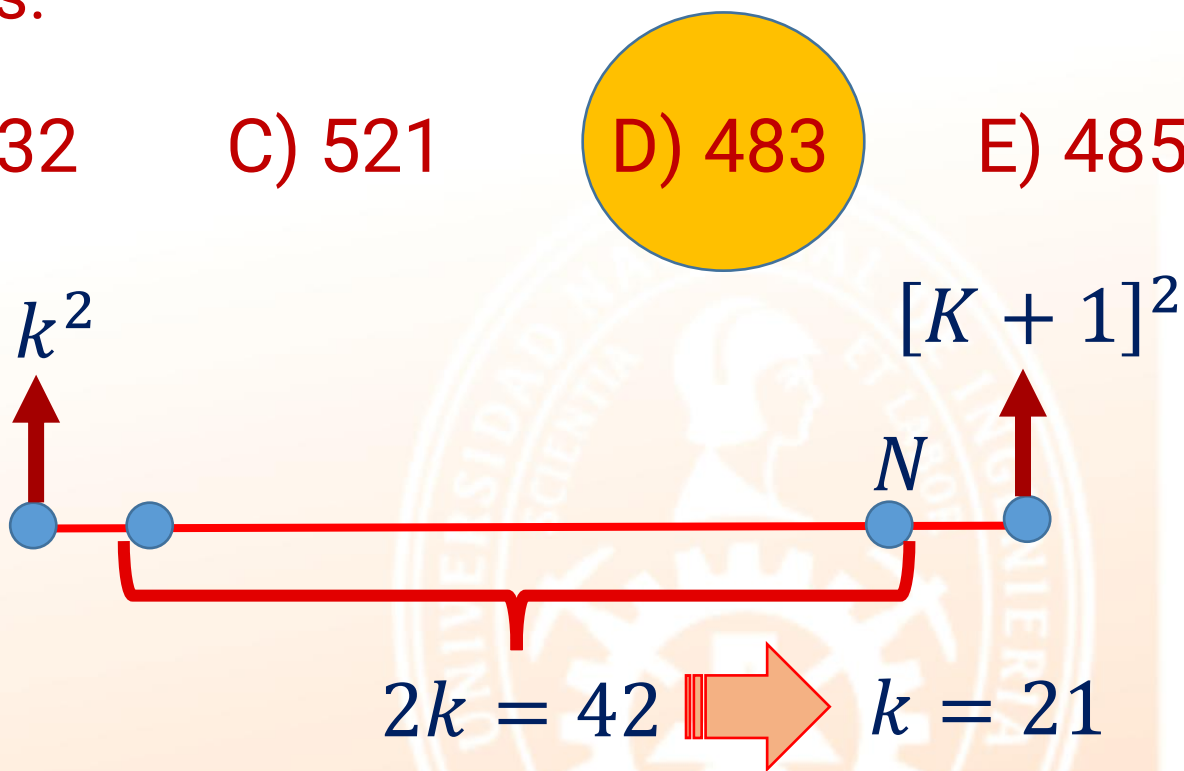
B) 432

C) 521

D) 483

E) 485

Resolución:



$$N = 22^2 - 1 = 483$$

**CLAVE D**

## Problema 27

Si:  $35_{(x)} = \sqrt{aa41_{(x)}}$ , entonces  $(a + x)$  es:

A) 6

B) 8

C) 9

D) 12

E) 15

### Resolución:

$$35_{(x)} = \sqrt{aa41_{(x)}} \implies [3x + 5]^2 = \overline{aa41}_{(x)}$$

$$9x^2 + 30x + 25 = ax^3 + ax^2 + 4x + 1 \implies ax^3 + ax^2 - 9x^2 - 26x = 24$$

$$x = 6 \implies 216a + 36a - 324 - 156 = 24 \implies 252a = 504$$

$$a = 2 \implies a + x = 2 + 6 = 8$$

**CLAVE B**

# Problema 29

Al extraer la raíz cuadrada entera de  $m(m+1)\left(\frac{m}{4}\right)np^3$ , se obtuvo residuo máximo. Si la raíz cuadrada entera por defecto que se obtiene es un número cuya cifra central es igual a la suma de sus cifras equidistantes. Determine  $m \times n \times p$ .

A) 120

B) 132

C) 140

D) 158

E) 160

Resolución:

$$m = 4$$

$$\begin{array}{r} 45 \ 1n \ p3 \\ 36 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \ 1n \\ 8 \ 89 \\ \hline \end{array}$$

$$26 \ 83$$

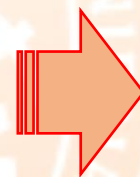
$$13 \ 41$$

$$13 \ 42$$

$$6 \ 7 \ 1$$

$$127 \times 7 = 889$$

$$1341 \times 1 = 1341$$



$$\overline{p3} = 83$$

$$p = 8$$

$$889 + 26 = \overline{91n}$$

$$915 = \overline{91n}$$

$$n = 5$$

$$m \times n \times p = 160$$

**CLAVE E**



## Problema 30

La raíz cúbica de 180 pertenece al intervalo  $[a; b]$  con un error menor a  $(1;125)$ , donde  $a, b \in \mathbb{Q}$ , determine el valor de  $b$ .

A) 5,648

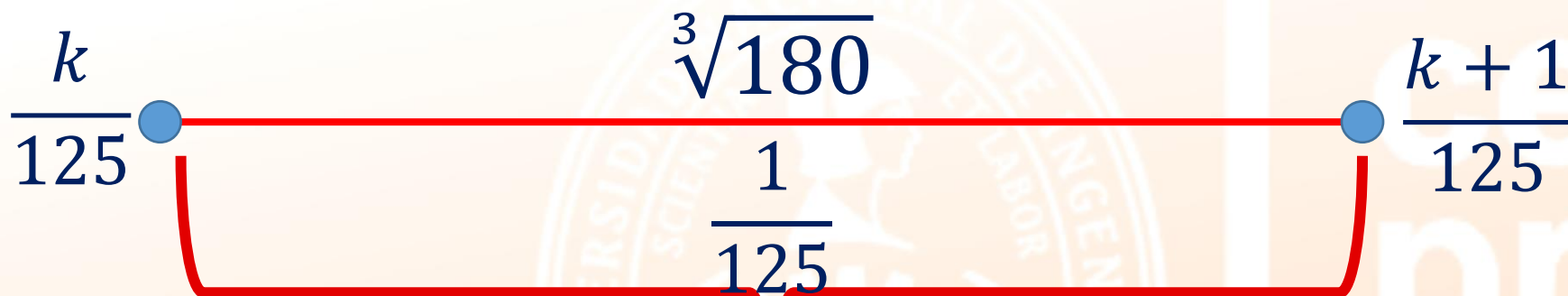
B) 5,748

C) 5,868

D) 5,899

E) 5,978

Resolución:



$$k = \sqrt[3]{180 \times 125^3} = \sqrt[3]{351\,562\,500} = 705 \Rightarrow b = \frac{706}{125} = 5,648$$

**CLAVE A**